

USO DEL VÍDEO (PENCAST) PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS: LA EXPERIENCIA EN LA UPC

Pozo Montero, Francesc¹, Parés Mariné, Núria¹, Vidal Seguí, Yolanda¹

1: Grup d'Innovació Matemàtica E-Learning (GIMEL),
Departament de Matemàtica Aplicada III
Escola Universitària d'Enginyeria Tècnica Industrial de Barcelona (EUETIB)
Universitat Politècnica de Catalunya-BarcelonaTech
Comte d'Urgell, 187, 08036 Barcelona
e-mail: francesc.pozo@upc.edu, web: <http://www.euetib1.upc.edu/gimel/>

Resumen. *Las asignaturas de matemáticas en estudios de ingeniería suelen ser unas de las asignaturas con índices de rendimiento más bajo. Diversas pueden ser las explicaciones que justifican este hecho: un cambio en la notación matemática, el nivel de conocimientos previos o la falta de conexión de los contenidos matemáticos con la práctica de la ingeniería. Lo que se presenta en esta comunicación es una experiencia de generación de vídeos en la Escola Universitària d'Enginyeria Tècnica Industrial de Barcelona (EUETIB), centro adscrito de la Universitat Politècnica de Catalunya-BarcelonaTech (UPC), con el objetivo de mejorar la comprensión de los conceptos matemáticos y su verbalización.*

Palabras clave: Matemáticas, Vídeo, Pencilcast, Verbalización

1. INTRODUCCIÓN

Las asignaturas de matemáticas se encuentran, sin duda, entre las materias que más dificultades generan a los estudiantes de ingeniería. Entre las causas podemos encontrar un cambio brusco en la formalización de los conocimientos y en la notación matemática, el salto existente entre los conocimientos previos y los exigidos en la Universidad (Pratdepàtua Bufill, 2013) o la falta de vinculación entre los contenidos matemáticos con la práctica de la ingeniería. En este sentido, y con las innovaciones tecnológicas, mucho es el esfuerzo que se ha ido realizando en los últimos años para generar material de apoyo, ya sea estático (un simple documento pdf), audiovisual (un vídeo) o incluso interactivo.

1.1. El origen de la experiencia

La experiencia de generación de vídeos que se presenta en esta comunicación se enmarca en la línea de trabajo desarrollada por el Grup d'Innovació Matemàtica E-Learning (GIMEL). Desde hace más de 10 años este grupo mantiene un repositorio de documentos (<http://www.euetib1.upc.edu/gimel/>) en el que se alojan contenidos y materiales de apoyo a las asignaturas de matemáticas (Matemáticas I, Matemáticas II, Matemáticas III) y Estadística que se imparten en la Escola Universitària d'Enginyeria Tècnica Industrial de Barcelona (EUETIB), que es un centro adscrito a la Universitat Politècnica de Catalunya-BarcelonaTech (UPC). Esta página web recibe más de 6.000 visitas de estudiantes al mes y, aunque la mayor parte de los recursos están en catalán,

también recibe visitas de toda América Latina.

La experiencia que se presenta es la de la elaboración de un material docente de calidad que integre texto y vídeo. Esto es posible gracias a un bolígrafo inteligente (*smartpen*) patentado por la empresa *Livescribe* (www.livescribe.com/es). En la Sección X se describirán de forma más detallada las características del *smartpen*, pero sucintamente, puede decirse que el bolígrafo permite grabar el sonido (la voz del profesor) y sincronizarlo con lo que en ese mismo instante se está escribiendo sobre un papel tramado. De este modo, cuando el vídeo se exporta y se reproduce, la sensación que tiene el estudiante es como si tuviera al profesor *al lado* resolviendo un problema o explicando parte de la lección. Es decir, los vídeos que se generan permiten seguir todos los pasos de la resolución de un problema o desarrollo, junto con una completa verbalización de las fórmulas y ecuaciones que intervienen. Claramente, esto último no es posible con un libro de problemas resueltos.

1.2. Experiencias similares: estado del arte

Hace ya bastantes años, pero en especial desde la explosión del uso de *Youtube* (www.youtube.com) y de los llamados *smartphones*, que pueden encontrarse vídeos de contenido matemático. Este tipo de vídeos pueden clasificarse de dos maneras: (i) grabaciones con una cámara de una clase impartida por un profesor, en el aula o ex profeso; y (ii) sistemas de escritura digitalizada. En Schreiner (2008) se puede encontrar una visión histórica de la evolución de la escritura digitalizada. Un ejemplo paradigmático del primer tipo de vídeos es la serie de vídeos (¡del año 1971!) del profesor Herbert Gross (Massachusetts Institute of Technology) sobre cálculo en una variable y que puede encontrarse en la plataforma MITOpenCourseWare¹. Otros ejemplos más recientes son los vídeos sobre álgebra lineal numérica del profesor Antonio Rodríguez-Ferran de la Universitat Politècnica de Catalunya que pueden encontrarse en la plataforma UPCOpenCourseWare² o los vídeos de la plataforma MathTV (www.mathtv.com).

Del segundo tipo de vídeos, los generados a través de un sistema de escritura digitalizada y sin la presencia de profesor, cabe destacar en el ámbito internacional *Khan Academy* (www.khanacademy.org) y en el ámbito nacional el canal de *Youtube*³ LasMatemáticas.es del profesor Juan Medina de la Universidad Politécnica de Cartagena. En el caso de *Khan Academy*, se trata de una plataforma con un gran número de vídeos (mayoritariamente en inglés), en especial de matemáticas, con un enfoque muy didáctico pero sin dejar de lado la corrección y precisión de lo que se explica. Su repercusión en el mundo académico ha sido muy grande, como puede verse en Schneider (2012) y Perry (2013). Por otro lado, el canal del profesor Juan Medina cuenta con más de 60.000 suscriptores y 3.000 vídeos en castellano. Sin embargo, el nivel de los vídeos es más básico y no llega a ser útil para matemáticas más avanzadas.

El sistema de escritura digitalizada que se usa en Khan Academy es la combinación de una tableta *Wacom Bamboo Tablet* y el programa *Camtasia Recorder*. En el caso del canal LasMatemáticas.es el profesor Juan Medina usa *Oxford Papershow*. En la siguiente sección se justificará el uso de una herramienta distinta, el *smartpen* de

¹ <http://ocw.mit.edu/resources/res-18-007-calculus-revisited-multivariable-calculus-fall-2011/>

² <http://ocw.upc.edu/curs/25404/Audiovisuals>

³ <http://www.dmae.upct.es/~juan/lasmaticas/index.php>

Livescribe, y se comparará con las herramientas que acabamos de presentar.

2. LA HERRAMIENTA: EL SMARTPEN DE LIVESCRIBE

El mecanismo para la digitalización de la escritura que hemos elegido es el bolígrafo inteligente o *smartpen* de *Livescribe*. Se trata de un bolígrafo que graba lo que el profesor va **escribiendo**, mediante una cámara de infrarrojos en su punta, y lo que va **explicando**, mediante un micrófono incorporado en la parte superior. Este proceso de escritura-grabación es posible mediante la trama de la libreta (con la tecnología de Anoto, www.anoto.com). Cuando el bolígrafo es presionado para escribir, la cámara de infrarrojos analiza la trama del papel y es capaz de identificar la posición del bolígrafo, la página, y en qué libreta se está escribiendo (Lago Vilariño & Pretel García, 2013). Básicamente, pues, es necesario disponer del bolígrafo y de una libreta. Algunas características de la libreta son:

- Hay libretas de diferentes tamaños, pero también se puede escribir en hojas sueltas que pueden imprimirse en una impresora láser a color.
- Cada libreta y cada página tienen su trama, de manera que cuando el bolígrafo empieza a escribir, reconoce la trama y guarda la información de manera ordenada.
- Una sesión de grabación puede ocupar tantas páginas como sea necesario. El usuario decide, a partir de una barra de control (véase Figura 1), si quiere generar un archivo para cada página o un único archivo a partir de la escritura de varias páginas.

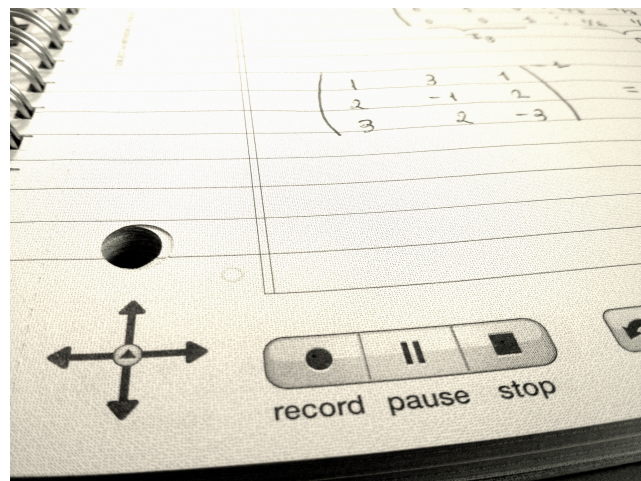


Figura 1. Papel tramado y barra de control.

En relación al bolígrafo, algunas de sus características son:

- El bolígrafo tiene minas recargables.
- El bolígrafo tiene una batería recargable a través de una conexión a un puerto USB del ordenador.

Una comparación (destacando ventajas e inconvenientes) entre este sistema de escritura digitalizada y el sistema tableta (*Wacom Bamboo*) más captura de pantalla (*Camtasia*) o *Oxford Paper Show* son:

- En los tres casos, el precio es relativamente bajo, lo que es una ventaja general.
- El *smartpen* de *Livescribe* permite generar un vídeo en cualquier entorno, y no precisa de ordenador. Es decir, lo que se va generando queda guardado en el bolígrafo. En los otros dos casos, el vídeo sólo puede generarse como una captura de pantalla, por lo que es necesario estar *delante* del ordenador.
- El tamaño del vídeo generado con el *smartpen* de *Livescribe* es muy inferior a los vídeos generados con los dos otros sistemas. Si el vídeo se pretende emitir en *streaming*, esto puede no ser un problema, pero sí si se pretende descargar para una visualización fuera de línea.
- El *smartpen* de *Livescribe* tiene una plataforma propia para la difusión de los vídeos, *Livescribe Community*⁴, y subir vídeos a esta plataforma es extremadamente sencillo. En los otros casos, dependemos de una plataforma externa.
- El único inconveniente del *smartpen* de *Livescribe* es que no se puede proyectar en línea lo que se está escribiendo en la libreta, mientras que esto sí es posible en los otros dos casos.

3. PREPARACIÓN DE LOS VÍDEOS

El principal objetivo del trabajo realizado por el grupo GIMEL es el de generar un material docente en forma de vídeo (texto y audio). En la Sección 2 ya se han comentado algunas de las ventajas del uso del *smartpen* en relación a otros sistemas de digitalización de la escritura. En esta Sección queremos también destacar algunas razones que hacen que el bolígrafo inteligente de *Livescribe* haya sido nuestra elección para crear los vídeos:

- **Facilidad de uso.** En tan sólo unos minutos se puede empezar a producir vídeos de alta calidad sin necesidad de seguir unas instrucciones complicadas. La fase de producción del vídeo es mínima, ya que sólo es necesario estrictamente el tiempo de la grabación.
- **Facilidad de acceso.** Los vídeos generados son fácilmente accesibles a través de la página de *Livescribe Community* o a través de una página web propia. El único requisito es disponer de un Adobe Reader (en una de sus últimas versiones) y Adobe Flash Player.
- **Facilidad de exportación.** Los vídeos pueden ser exportados para ser compartidos o almacenados en el formato nativo (.pencast) o en un formato más universal (PDF).

Como se observa en la Figura 1, el pie de página de las hojas tramadas tiene una barra de control que, entre otras opciones, permite empezar la grabación, pausarla o terminarla. Una vez que la grabación ha terminado, es necesario conectar el bolígrafo al ordenador a través de un cable USB (en los modelos Pulse y Echo) o de forma inalámbrica (en el nuevo modelo wifi *smarpen*), para descargar los vídeos a través de un software específico (*Livescribe Desktop*).

Es necesario comentar que, antes de iniciar la grabación, es importante tener un esquema de lo que se va a escribir y de lo que se va a decir. De lo contrario, un error en

⁴ <http://www.livescribe.com/community>

la grabación va a hacer necesario corregirlo al final del vídeo o, incluso, hacer necesaria su repetición.

En la Figura 2 se puede ver una captura de pantalla de un vídeo que está a media reproducción. Puede observarse texto en tres colores distintos: negro, verde y gris.

CALCULAR LA MATRIZ INVERSA DE LA MATRIZ:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -3 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\sim I_3 \\ \sim \text{la matriz}}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -7 & -6 & | & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $\begin{matrix} \text{verde} \\ \text{verde} \end{matrix}$

$\xrightarrow{\substack{\sim I_3 \\ \sim \text{la matriz}}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -7 & 0 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & | & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\sim I_3 \\ \sim \text{la matriz}}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2/7 & -1/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/6 & 1/6 & -1/6 \end{pmatrix}$
 $\begin{matrix} \text{gris} \\ \text{gris} \end{matrix}$

$\xrightarrow{\substack{\sim I_3 \\ \sim \text{la matriz}}} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & | & 5/6 & -1/6 & 1/6 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2/7 & -1/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/6 & 1/6 & -1/6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{\sim I_3 \\ \sim \text{la matriz}}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -1/42 & 11/42 & 1/6 \\ 0 & 1 & 0 & | & 2/7 & -1/7 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 1/6 & 1/6 & -1/6 \end{pmatrix}$
 $\begin{matrix} \text{gris} \\ \text{gris} \end{matrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -1/42 & 11/42 & 1/6 \\ 2/7 & -1/7 & 0 \\ 1/6 & 1/6 & -1/6 \end{pmatrix}$

Figura 2. Vídeo colgado en la plataforma Livescribe Community⁵.

He aquí el significado del texto de cada color:

- **Texto negro.** Suele utilizarse para los enunciados de los problemas. Se genera al escribir sobre la libreta sin pulsar sobre ‘record’. No hay, por lo tanto, audio asociado.
- **Texto verde.** Es el texto que se ha ido escribiendo tras pulsar sobre ‘record’ y que ha ido sincronizando lo que se ha escrito con lo que se ha dicho. Es el texto

⁵ <http://www.livescribe.com/cgi-bin/WebObjects/LDApp.woa/wa/MLSOversviewPage?sid=S8WwWQQzjZn6>

que va apareciendo a medida que se reproduce la escritura del profesor durante la grabación.

- **Texto gris.** Es el texto que irá apareciendo a medida que avance la reproducción y que se irá transformando en texto de color verde. En la Figura 3 pueden verse las opciones de reproducción. La opción por defecto es *Show preview* (texto que va apareciendo en verde y el que aparecerá en gris). Las otras dos opciones son: *Show all ink* (todo el texto en verde) y *Hide preview* (se ve en verde sólo el texto que ha ido apareciendo, el resto se mantiene invisible).

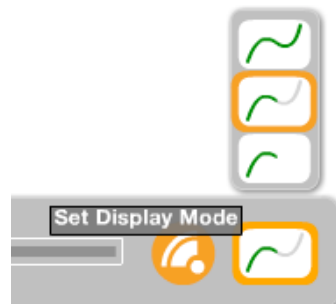


Figura 3. Opciones de reproducción del vídeo: show all ink, show preview y hide preview.

4. LA EXPERIENCIA EN LA UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

En esta comunicación, presentamos la experiencia docente que se ha empezado a implantar en este curso 2012-2013, principalmente en la asignatura Matemáticas I de los Grados en Ingeniería Biomédica, de la Energía, Eléctrica, Electrónica Industria y Automática, Mecánica y Química de la Escola Universitària d'Enginyeria Tècnica Industrial de Barcelona (EUETIB).

Los vídeos que se han ido generando, se han organizado por temas, de acuerdo con la ficha de la asignatura. El resultado puede verse en la Figura 4, para el tema de Conocimientos básicos (capítulo introductorio). De forma informal, los comentarios de los estudiantes son muy positivos, y realmente valoran la facilidad de uso de los vídeos y el hecho de poder reproducirlos a su antojo, de forma asíncrona, y pudiendo parar y poner de nuevo en marcha el vídeo como deseen.

4.1. Experiencias similares en otros ámbitos docentes

Experiencias muy similares, con el mismo esquema de generar material docente en forma de vídeo para el complemento de la docencia se han reportado en Calm et al. (2012), Pomés Pitart (2013) y Hickman (2013). En Calm et al. (2012), se discute la efectividad de estos vídeos en la docencia de matemáticas en estudios no presenciales de ingeniería. En este caso, los buenos resultados avalan la experiencia, especialmente útil en estudios no presenciales. En Pomés Pitart (2013) y en Hickman (2013) el vídeo se ha usado en educación secundaria como complemento a la resolución autónoma de problemas. También en este caso los resultados son prometedores. En la Universidad de Deusto, también se ha construido un entorno virtual y colaborativo de aprendizaje

basado en bolígrafos inteligentes (Lago Vilariño & Pretel García, 2011). Finalmente, las editoriales clásicas de libros de texto universitarios empiezan a ser conscientes del valor añadido que suponen los vídeos para la mejora de la comprensión de las matemáticas, como lo demuestra una publicación reciente, Pozo, Parés & Vidal (2013), de la editorial Pearson, que incluye un repositorio de vídeos.



Conocimientos básicos

Convertir la función $f(x) = |x^2 - 1| + 2x$ definida mediante un valor absoluto a una función definida a trozos.



Aplicar la técnica de completación de cuadrados a los polinomios siguientes

$$x^2 + 4x + 6, x^2 + 4x + 5, x^2 + bx + c, 2x^2 + 4x + 3, ax^2 + bx + c.$$



Figura 4. Página web de GIMEL TV.

5. CONCLUSIONES

En esta comunicación se ha presentado una experiencia de innovación docente relacionada con la generación de vídeos de matemáticas para estudios de ingeniería. Los vídeos se han generado con el bolígrafo inteligente de Livescribe, y se han exportado a una plataforma, GIMEL TV, donde los estudiantes pueden acceder libremente para consultar los vídeos. Un material audiovisual como el que se presenta, planteado como un complemento a la formación clásica, presenta ventajas tales como la mejora de la verbalización de las matemáticas que es difícil de conseguir completamente sólo con libros. La experiencia es muy positiva tanto desde el punto de vista del docente como del discente, y nos anima a seguir generando conocimiento en este sentido.

REFERENCIAS

Calm, R., Ripoll, J., Olivé, C., Masià, R., Sancho-Vinuesa, T., Parés, N. & Pozo, F. (2012). The effectiveness of video in on-line maths courses: The teaching experience in engineering courses at Universitat Oberta de Catalunya. *International Symposium on Computers in Education (SIIE)*, 1-6.

Hickman, M. (2013). Engaging students with pre-recorded 'live' reflections on problem-solving with *Livescribe* pens. *Research in Mathematics Education*, 15(2), 195-196.

Lago Vilariño, A.B. & Pretel García, I. (2011). EVA: Collaborative virtual learning environment based on digital pens. *6th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)*, 1-4.

Lago Vilariño, A.B. & Pretel García, I. (2013). An e-learning platform for integrated management of documents based on automatic digitization. *IEEE Journal of Latin-American Learning Technologies*, 8(2), 48-55.

Moore, S., Van Schaack, A. & Groves, J. (2010). Electronic inking without the tablet: Instructional applications and findings on use of the *Livescribe* smartpen. *IEEE Frontiers in Education Conference*, S1B-1—S1B-2.

Perry, T.S. (2013). Online educator. *IEEE Spectrum*, 50(2), 44-45.

Pomés Pitart, J. (2013). Material audiovisual complementari per a la resolució autònoma de problemes matemàtics. Tesis de máster, España: Universitat Politècnica de Catalunya-BarcelonaTech.

Pozo, F. Parés, N. & Vidal, Y. (2013). Matemáticas para la ingeniería. Madrid: Pearson.

Pratdepàtua Bufill, M.C. (2013). Anàlisi didàctic entre el currículum de matemàtiques de secundària i batxillerat amb el currículum de matemàtiques del primer any d'Universitat. Tesis de máster, España: Universitat Politècnica de Catalunya-BarcelonaTech.

Schneider, D. (2012). Khan Academy unplugged. *IEEE Spectrum*, 49(8), 22-23.

Schreiner, K. (2008). Uniting the paper and digital words. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 28(6), 6-10.